Revisión de conceptos

1. Para resolver $\int x\sqrt{x-3}\,dx$, se hace la sustitución $u =$ _____.

2. Para resolver una integral que incluya $\sqrt{4-x^2}$, se hace la sustitución $x =$ ________.

3. Para resolver una integral que incluya $\sqrt{4+x^2}$, se hace la sustitución $x =$ ________.

4. Para resolver una integral que incluya $\sqrt{x^2-4}$, se hace la sustitución $x =$ ________.

Conjunto de problemas 7.4

En los problemas del 1 al 16 evalúe las integrales que se indican.

1. $\int x\sqrt{x+1}\,dx$

2. $\int x\sqrt[3]{x+\pi}\,dx$

3. $\int \frac{t\,dt}{\sqrt{3t+4}}$

4. $\int \frac{x^2+3x}{\sqrt{x+4}}\,dx$

5. $\int_1^2 \frac{dt}{\sqrt{t}+e}$

6. $\int_0^1 \frac{\sqrt{t}}{t+1}\,dt$

7. $\int t(3t+2)^{3/2}\,dt$

8. $\int x(1-x)^{2/3}\,dx$

9. $\int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x}\,dx$

10. $\int \frac{x^2\,dx}{\sqrt{16-x^2}}$

11. $\int \frac{dx}{(x^2+4)^{3/2}}$

12. $\int_2^3 \frac{dt}{t^2\sqrt{t^2-1}}$

13. $\int_{-2}^{-3} \frac{\sqrt{t^2-1}}{t^3}\,dt$

14. $\int \frac{t}{\sqrt{1-t^2}}\,dt$

15. $\int \frac{2z-3}{\sqrt{1-z^2}}\,dz$

16. $\int_0^{\pi} \frac{\pi x-1}{\sqrt{x^2+\pi^2}}\,dx$

En los problemas del 17 al 26 utilice el método de completar el cuadrado, junto con una sustitución trigonométrica, si es necesaria, para evaluar cada integral.

17. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+5}}$

18. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+4x+5}}$

19. $\int \frac{3x}{\sqrt{x^2+2x+5}}\,dx$

20. $\int \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+4x+5}}\,dx$

21. $\int \sqrt{5-4x-x^2}\,dx$

22. $\int \frac{dx}{\sqrt{16+6x-x^2}}$

23. $\int \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2}}$

24. $\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}\,dx$

25. $\int \frac{2x+1}{x^2+2x+2}\,dx$

26. $\int \frac{2x-1}{x^2-6x+18}\,dx$

27. La región acotada por $y = 1/(x^2+2x+5)$, $y = 0$, $x = 0$ y $x = 1$, se hace girar alrededor del eje x. Encuentre el volumen del sólido resultante.

28. La región del problema 27 se hace girar alrededor del eje y. Encuentre el volumen del sólido resultante.

29. Encuentre $\int \frac{x\,dx}{x^2+9}$ por medio de

(a) una sustitución algebraica y

(b) una sustitución trigonométrica. Después compare sus respuestas.

30. Encuentre $\int_0^3 \frac{x^3\,dx}{\sqrt{9+x^2}}$ haciendo las sustituciones

$$u = \sqrt{9+x^2},\quad u^2 = 9+x^2,\quad 2u\,du = 2x\,dx$$

31. Encuentre $\int \frac{\sqrt{4-x^2}}{x}\,dx$ por medio de

(a) la sustitución $u = \sqrt{4-x^2}$ y

(b) una sustitución trigonométrica. Después compare sus resultados.

Sugerencia: $\int \csc x\,dx = \ln|\csc x - \cot x| + C.$

32. Dos círculos de radio b se intersecan como se muestra en la figura 6 con sus centros $2a$ unidades separados ($0 \le a \le b$). Encuentre el área de la región en que se traslapan.

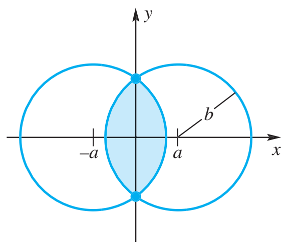

Figura 6

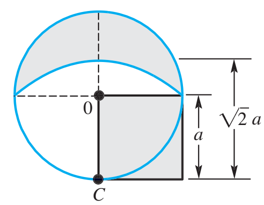

Figura 7

33. Hipócrates de Quios (aproximadamente 430 a. C.) demostró que las dos regiones sombreadas en la figura 7 tienen la misma área (él cuadró la Luna). Obsérvese que C es el centro del arco inferior de la Luna. Demuestre el resultado de Hipócrates.

(a) por medio de cálculo y (b) sin cálculo.

34. Generalice la idea del problema 33 encontrando una fórmula para el área de la región sombreada de la Luna que se muestra en la figura 8.

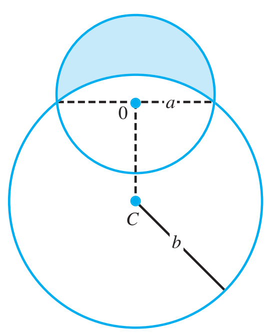

Figura 8

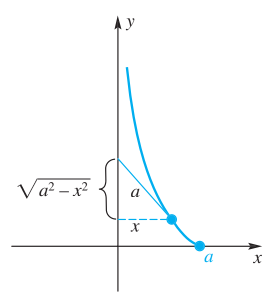

Figura 9

35. Comenzando en $(a, 0)$ se jala un objeto por medio de una cuerda de longitud a, con el extremo que se jala moviéndose a lo largo de la parte positiva del eje y (véase la figura 9). La trayectoria del